

**CONSOMMATION  
INTERTEMPORELLE  
&  
MARCHE FINANCIER**



***Epargne et emprunt  
Calcul actuariel***

# **Plan du cours**

**Préambule : la contrainte budgétaire  
intertemporelle et le calcul actuariel**

•••

- I Demandes d'épargne**
- II Statique comparative / taux intérêt**
- III Rôles du marché financier**



## **Préambule : la contrainte budgétaire intertemporelle et le calcul actuariel**

1. Modèle bancaire à taux unique sur 2 périodes
2. La variable épargne
3. Les déterminants de l'épargne
4. Une contrainte budgétaire intertemporelle
5. Tracé de la CB intertemporelle
6. Pente de la CB intertemporelle
7. Equation de la CB intertemporelle
8. Valeur actualisée d'un flux financier
9. Dépenses et revenus actualisés égaux



## 1. Modèle bancaire à taux unique : un seul bien consommé sur deux périodes

L'agent vit deux périodes. Il reçoit des revenus sur chaque période, mais il a la possibilité à travers le marché bancaire de lisser sa consommation, soit en empruntant aujourd'hui et remboursant demain, soit en épargnant aujourd'hui pour consommer plus demain.

- $(c_1, c_2)$  consommation aujourd'hui et demain
- $(y_1, y_2)$  revenus aujourd'hui et demain
- $(p_1, p_2)$  prix du bien aujourd'hui et demain
- $r$  taux d'intérêt unique rémunérant l'épargne, et auquel sont remboursés les prêts



## 2. La variable épargne

**Définition :** On dit que l'agent épargne s'il consomme moins en première période que son revenu ne lui permettrait, c-a-d si :

$$\rightarrow p_1 c_1 < y_1$$

**Définition :** On appelle épargne la différence entre le revenu et la dépense de première période.

$$\rightarrow e = y_1 - p_1 c_1$$

**Remarque :** L'agent épargne si  $e > 0$  et emprunte si  $e < 0$ .



### 3. Les déterminants de l'épargne

Comme tout choix de consommation, le choix d'épargner ou d'emprunter va dépendre des conditions du marché et des préférences de l'agent.

**Les variables** qui interviennent dans ce choix sont :

→  $p_1, p_2, y_1, y_2$  : variables standard

→  $r$  : variable nouvelle

**Les instruments** : L'agent détermine sa contrainte budgétaire, puis choisit parmi les paniers sur la droite budgétaire celui qu'il préfère.



## 4. UNE seule contrainte budgétaire

Rappelons que la contrainte budgétaire représente l'ensemble des choix qui se présente à l'agent. Cet agent décide une fois pour toutes au début de la première période, il n'a donc qu'une seule contrainte budgétaire.

**Détermination de la contrainte budgétaire dans l'espace  $(c_1, c_2)$  :** Deux méthodes possibles

→ Calculer ses extrémités, c-a-d les consommations de l'agent quand consomme exclusivement en première ou en deuxième période.

→ Ecrire deux contraintes partielles par période en faisant intervenir la variable épargne

## 5. Tracé de la contrainte budgétaire

Quand l'agent consomme uniquement en première période, il dispose de son revenu  $y_1$  et de la somme maximale qu'il peut emprunter en première période  $e$  sachant qu'il rembourse  $y_2$

$$\rightarrow e(1+r) = y_2$$

$$\rightarrow \underline{c}_1 = \frac{y_1 + \frac{y_2}{1+r}}{p_1}$$

Quand l'agent consomme uniquement en seconde période, il épargne la première période :

$$\rightarrow \underline{c}_2 = \frac{y_1(1+r) + y_2}{p_2}$$

## 6. Pente de la CB intertemporelle

On calcule classiquement la pente de cette droite passant par les point  $(\underline{c}_1, 0)$  et  $(0, \underline{c}_2)$ . On trouve

$$\rightarrow \text{Pente} = (1 + r) p_1 / p_2$$

Comment comprendre l'introduction du taux d'intérêt dans le taux de substitution du bien de 1<sup>ère</sup> période en bien de 2<sup>ème</sup> période.

→ Je me prive d'une unité de bien 1

→ Le supplément d'épargne  $p_1$  me procure le revenu  $p_1 (1+r)$  en deuxième période

→ Ma conso croît de  $p_1 (1+r) / p_2$  bien 2

## 7. Equation de la CB intertemporelle

On peut partir de la coordonnée des deux points qu'on a calculés précédemment. L'équation est alors :

$$\rightarrow \frac{c_1}{c_1} + \frac{c_2}{c_2} = 1$$

On trouve alors :

$$\rightarrow p_1 c_1 + \frac{p_2 c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$

## 8. Valeur actualisée d'un flux financier

**Définition :** On appelle valeur actualisée en période 1 d'une valeur  $y$  de période 2, le montant qu'il est nécessaire d'épargner en période 1 pour disposer de  $y$  en période 2, soit le montant :  $\frac{y}{1+r}$

→ Exemple : Si le taux d'intérêt est de 10%, 100FF demain valent 90,90

→ Exemple : Le revenu total actualisé en période 1 est

$$y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$



## 8. Dépenses et revenus actualisés égaux

**Proposition :** La contrainte budgétaire intertemporelle égalise la dépense totale actualisée avec le revenu total actualisé.

→ L'actualisation est faite soit en période 1 soit en période 2

→ On retrouve, à cette différence près qu'il s'agit de valeurs actualisés l'inégalité traditionnelle  $DEPENSE = REVENUS$



## **I Demandes d'épargne**

1. Les préférences intertemporelles standard
2. Contrainte budgétaire & dotation initiale
3. Accès au marché bancaire en dehors du point de Polonius
4. Taux d'intérêt unique de non participation au marché bancaire
5. Valeur du présent et épargne
6. Indépendance de la distribution des revenus

## 1. Préférences intertemporelles standard

**Principe :** L'agent dispose de la possibilité de lisser son revenu en accédant au marché financier. Sous quelles conditions va-t-il choisir d'opérer des transferts entre les revenus des différentes périodes ?

**Définition :** On appelle modèle de consommation intertemporelle le modèle de consommation dans une économie à un bien, deux périodes, avec un taux d'intérêt unique.

**Hypothèse :** On suppose que l'agent sait ordonner ses préférences parmi les différents plans financiers dans l'espace  $(c_1, c_2)$ , et que ses préférences sont convexes.

## 2. Contrainte budgétaire et dotation initiale

**Définition :** On appelle dotation initiale de l'agent l'ensemble de ce qu'il possède aujourd'hui et demain, c'est à dire les deux flux de revenu  $y_1$  et  $y_2$ .

**Proposition :** La contrainte budgétaire de l'agent représente un ensemble de mécanismes de transferts de revenus équivalents du point de vue du marché financier à la dotation initiale.

→  $(y_1, y_2)$  est situé sur la droite budgétaire intertemporelle d'équation :

$$p_1 c_1 + \frac{p_2 c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$

### 3. Accès au marché bancaire en dehors du point de polonius.

**Proposition :** si l'agent choisit de consommer sur la CB intertemporelle un autre point que  $(y_1, y_2)$ , alors, il intervient sur le marché bancaire. S'il consomme à droite de  $(y_1, y_2)$ , il emprunte en première période et rembourse en seconde, à gauche il épargne et reçoit le fruit de son épargne.

**Définition :** le point  $(y_1, y_2)$  est appelé point de Polonius.

## 4. Taux d'intérêt unique de non participation au marché bancaire

A quelle condition un agent va-t'il ne pas participer au marché bancaire : sous la condition que le point de Polonius soit son choix optimal.

→ OR le point de Polonius est son choix optimal si le TMS de l'agent et la pente de la contrainte budgétaire sont égaux

**Proposition :** il existe un unique taux d'intérêt —notons le  $R$ — tel que l'agent ne participe pas au marché bancaire

$$\rightarrow R = -1 + \frac{P_2}{P_1} \text{TMS}(y_1, y_2)$$

## 5. Valeur du présent et épargne

Qu'est-ce qui fait que les agents vont avoir ou non tendance à épargner ? Sur un schéma comparons deux agents, A et B, A épargnant plus que B et dont les TMS sont ordonnés.

→ L'agent A consomme moins de bien 1

→ Lorsque les courbes optimales se coupent le TMS de A est inférieur au TMS de B

**Principe :** Plus les agents ont un TMS de bien présent en bien futur élevé, plus ils vont consommer aujourd'hui, et plus ils auront tendance à emprunter.

**Définition :** Dans le cas de figure ci-dessus, on dit que Monsieur B a une valeur pour le présent plus élevée que Monsieur A.

## 6. Indépendance de la distribution des revenus

Si l'on regarde attentivement la CB intertemporelle, on se rend compte que ce qui joue c'est la richesse actualisée, et non pas la forme des revenus. C'est à dire, que si je dispose de tout mon revenu aujourd'hui ou que j'en dispose demain (la même valeur actualisée), mes choix seront identiques.

**Proposition :** Deux agents ayant les mêmes préférences, des distributions de revenus différentes et la même richesse actualisée font les mêmes choix optimaux.



## **II Statique comparative**

1. Variation de la richesse actualisée
2. Variation des prix
3. Variation du taux d'intérêt
4. Stabilité de l'épargne quand  $r$  augmente
5. Exemple du consommateur Cobb-Douglas

## 1. Variation de la richesse actualisée

Comme on l'a remarqué à la fin de la section précédente, c'est la richesse actualisée qui est le paramètre qui détermine la variation de la richesse. Les lois sont celles du consommateur habituel, le bien présent pouvant être normal ou inférieur.

**Remarque :** la valeur actuarielle de la richesse croît bien évidemment avec le salaire de première période ou de deuxième période.

## 2. Variation du prix des biens

La pente de la CB intertemporelle est proportionnelle à  $p_1 / p_2$ . Les leçons du modèle générique du consommateur s'appliquent.

### 3. Variation du taux d'intérêt

Les choix de consommation intertemporels dépendent du taux d'intérêt. En effet, cette variable apparaît dans la pente de la CB.

Comment varient les choix de consommation intertemporels quand le taux d'intérêt vient à augmenter, c-a-d quand le coût de l'argent de première période augmente ?

L'intuition semble proposer que les agents consomment moins de biens en première période et plus de biens en seconde période. Cependant, tout se passe comme si le prix relatif du bien 1 avait augmenté. Il n'y a donc pas de liens de causalité si immédiats.

## 4. Stabilité de l'épargne quand $r$ augmente

Alors qu'on a remarqué qu'il n'y a pas de lois générales pour marquer l'évolution de la consommation intertemporelle, avec  $r$ , il existe cependant un résultat intéressant.

**Théorème :** Si un agent épargne à un taux  $r$ , alors il continuera d'épargner si ce taux augmente (plus ou moins)

**Preuve :**

→  $r$  augmente fait pivoter la CB autour du point de Polonius et induit plus de bien-être pour l'agent.

→ Or les paniers à droite du point de Polonius ont pivoté dans le mauvais sens...

## 5. Exemple du consommateur Cobb-Douglas

Supposons que le TMS de bien présent en bien futur est :

$$\text{TMS}(c_1, c_2) = k \frac{c_2}{c_1}$$

Les deux équations à résoudre pour trouver la consommation optimale sont :

$$\rightarrow p_1 c_1 + p_2 c_2 / (1+r) = Y$$

$$\rightarrow k \frac{c_2}{c_1} = (1+r) \frac{p_1}{p_2}$$

On trouve une consommation présente croissante avec  $k$ , le degré d'impatience :

$$\rightarrow c_1 = (k/k+1) Y/p_1$$

$$\rightarrow c_2 = (1/k+1) (1+r) Y/p_2$$



### **III Rôle du marché financier.**

1. A l'origine du taux d'intérêt...
2. L'activité risquée des firmes
3. Liquidités et partage de risque
4. Loin mais proche de l'argent facile

## 1. A l'origine du taux d'intérêt

Le modèle que l'on a développé permet de comprendre comment les agents vont faire des arbitrages intertemporels, mais d'ou vient la variable taux d'intérêt ? Est-ce que dans le "monde réel" les arbitrages sont aussi simples ?

Le taux d'intérêt est le coût de l'argent présent. Pourquoi rémunère-t-on l'argent ? Tout simplement, parce qu'il permet d'entreprendre des activités risquées et de faire des investissements.

Dans la détermination des taux, vient bien entendu toutes les variables fondamentales de l'économie, et se pose la question de la diversité des instruments financiers provenant elle-même de la diversité des situations risquées

## 2. l'activité risquée des firmes

Les projets investissent des fonds, la mise est risquée, et il existe beaucoup de paramètres qui jouent en faveur ou en défaveur de ces projets.

- Ce risque composite qui justifie la rémunération de l'argent prêté aux firmes. Il dépend non seulement de la propre réussite du projet mais aussi du contexte économique qui favorise ou non ventes et production.

- La diversité des états de la nature justifie une floraison d'instruments financiers.

**Définition :** le marché financier est l'ensemble des instruments au travers desquels les firmes peuvent lever des fonds.

### 3. Liquidités et partage de risque

Le marché financier permet que se fasse la rencontre d'agents qui désirent gérer leur richesse intertemporelle et de firmes désireuses à la fois de 1 -lever des fonds et 2 - partager leur risque.

**Principe :** Comme tout marché, l'équilibre s'établit entre l'offre (des agents) et la demande (des firmes). LE ROLE DU MARCHE EST AVANT TOUTE CHOSE D'OPERER LA COORDINATION DU MARCHE.

**Corollaire :** Le marché n'est donc pas avant toute chose un lieu pour faire du profit facile, mais un lieu pour gérer différents flux financiers. En particulier, pour les agents, ils peuvent gérer leur retraite à travers le marché financier.

## 4. Loin mais proche de l'argent facile

**Proposition :** Les agents comme les firmes tirent plus de bien être s'ils peuvent profiter d'instruments de gestion du risque.

La raison d'être du marché est donc à 100 000 lieux de l'argent facile. Cependant, en concentrant du capital, le système financier a pour conséquence d'alourdir les disparités entre les gagnants et les perdants.

**Proposition :** Tout actif financier dont la réalisation est aléatoire est du point de vue de l'agent comme une loterie. On perd ou on gagne, sans effort.